

GPS per satelliet

diepgaand onderzoek naar hoe het allemaal werkt

Jan Spreen

<http://www.nightsofarmour.com>

Een tijdje geleden vroeg ik me voor de zoveelste keer af, hoe zo'n mobiele telefoon met GPS zijn positie op de aardbol zo precies kan berekenen. Want dat is toch werkelijk absoluut wonderbaarlijk, nietwaar? Ik heb wel vaak de neiging om, als ik met iets wonderbaarlijks te doen krijg, te pogen een tipje van de sluier op te lichten en zo het mirakel een beetje te doorgronden. Vaak blijft er van mijn ontsluitend gewroet weinig bewaard voor het nageslacht, maar dit keer heb ik van meet af aan een soort dagboekje bijgehouden van mijn geploeter. En dus kan ik nu, met de boel helder voor ogen, mijn notities tot een smeug geheel arrangeren en een in de toekomst toevallig langskomend lezertje wat spirituele versnaperingen aanbieden.

Eigenlijk had ik al snel in de gaten dat zo hier en daar wat algemeen rondvragen en een oor te luister leggen weinig zin heeft. Niemand, in mijn omgeving tenminste, schijnt over zelfs maar de geringste GPS feitenkennis te beschikken en de leek bestrooit de hemel met satellieten zoals ik mijn oliebollen met poedersuiker opmaak. De één prikt een gros op twintig kilometer hoogte aan het firmament, een ander ziet er honderden aan een virtueel 800 km + straal_van_de_aarde lang touwtje rondsuisen, er zit geen systeem in.

Maar geen nood. Wikipedia verstrekt fijntjes en met het grootste gemak de basisgegevens: 24 satellieten in 6 banen (vier per orbitale baan), suizen op een hoogte van zo'n 20000 km met een snelheid van 14000 km/u door de ruimte. Het systeem werkt met zogenaamde trilateratie berekeningen, een methode om locaties te bepalen door de geometrische constructie van allerlei virtuele cirkels, bollen en driehoeken. Het basiselement van het GPS systeem is een signaal dat

zowel de exacte locatie van de satelliet, als het exacte moment waarop het signaal werd verzonden, aan de ontvanger meedeelt. Deze laatste, het ontvangende apparaat dus, kan vervolgens, door het exacte moment van ontvangst te vergelijken met het exacte moment van verzending, zijn afstand tot de satelliet berekenen. Immers, het slimme apparaatje weet blijksems goed dat het signaal zich heeft aangediend met de snelheid van het licht, fysieke constante die ik in mijn sluieroplichtende activiteit voor het gemak maar even heb afgerond tot 300000 km/s. Afronding hierboven trouwens ook al schaamteloos toegepast op de 20000 km en 14000 km/u grootheden.

Prachtig, daarmee kan men aan het werk, nietwaar ?

Ja prachtig, maar de toekomstige hooggeachte en nietsvermoedende lezer is misschien hier al de kluts kwijt, dus even naar de begaanbare en duidelijk afgebakende paden terug met een voorbeeldje:

Een GPS-ontvanger krijgt om 10:50 een signaal binnen dat om 10:45 werd verzonden. Het signaal heeft dus 5 minuten=300 seconden nodig gehad om van zender naar ontvanger te snellen, Tijdsduur voorgesteld met het symbool **T**. Ervan uitgaande dat het signaal zich heeft verplaatst met de lichtSnelheid **S**=300000 km/s, kunnen we de volgende regels schrijven:

$$\mathbf{A}=\mathbf{T}\times\mathbf{S} \text{ (Afgelegde Afstand = Tijdsduur x Snelheid)}$$

ofwel

$$\mathbf{A}=300\times 300000=90000000 \text{ km.}$$

Deksel, 90 miljoen kilometer, dat is wel erg veel! Laten we een wat realistischer toestand onderzoeken, één waarbij **A** 20000 km is, want dat is immers de hoogte waarop de satellieten rond de aarde draaien. Dan moeten we **T** wel even aanpassen. Wacht, laten we voor het rekengemak **A**=30000 km aannemen, de satelliet staat immers meestal niet recht

boven 's ontvangers hoofd.

Uitgaande van het gegeven dat $A=Tx300000$ moeten we dus, als A van 90 miljoen tot 30000 wordt teruggebracht, hetgeen een deling door 3000 inhoudt, T ook door 3000 delen. Zo komen we op een waarde van $300/3000=0,1$ seconde voor T .

Met andere woorden, het signaal doet er één tiende seconde over om van de satelliet naar mijn mobieltje te komen.

Maar daarmee zijn we er nog niet. Want uiteindelijk gaat het er om erachter te komen hoe mijn telefoontje het klaarspeelt mij te laten weten dat ik **hier** ben en niet **daar**, een kilometer verderop. Of hoe hij kan vertellen dat ik mij van **hot** naar **her** heb verplaatst.

Mijn glasheldere illustratie gaat dus over op het vergelijken van twee plaatsberekningen, vergelijking waaruit klaar als een klontje zal blijken dat er geen greintje twijfel kan bestaan over de plaats waar de gelukkige bezitter van bijvoorbeeld een TomTom (mag ook Garmin zijn) zich bevindt als hij weer eens wordt toegefluisterd door die wel wat autoritaire, maar toch altijd ook weer zo sympathiek klinkende ingebouwde synthetische mannen- of vrouwenstem.

Stel :

Hier is 30000 km van de satelliet verwijderd : $A_1=30000$ km

Daar is 30001 km van de satelliet verwijderd : $A_2=30001$ km

Met in het hoofd :

$$A=Tx300000$$

en dus

$$T=A/300000$$

kunnen we schrijven :

$$T_1 = A_1 / 300000 = 0,1 \text{ s}$$

$$T_2 = A_2 / 300000 = 0,1000033333333 \text{ s}$$

$$T_2 - T_1 = 0,00000333333 \text{ s}$$

Dus: door dat tijdsverschil van pakweg 3 miljoenste van een seconde kan mijn telefoontje feilloos uitrekenen dat ik **hier** ben en niet **daar**. Of dat ik van **hot** naar **her** gegaan ben natuurlijk, die mogelijkheid is hierboven ook even vluchtig aangestipt en mag dus niet vergeten worden.

Laat ik de situatie maar eens wat smakelijker en beter verteerbaar opdienen, voordat de nu vermoedelijk toch echt serieus afgewaalde schaapjes, waaronder ikzelf, het pad helemaal bijster zijn.

De satelliet stuurt een boodschap die luidt – smakelijk en licht verteerbare verwoord – : **NU ben ik HIER**. Die boodschap heeft, op het moment dat ze mijn ontvangertje bereikt, een levensduur vergelijkbaar met die van een waterijsje op de zon want NU, dat is het over een paar fracties van een miljoenste seconde niet meer en HIER, dat wordt in hetzelfde tijdsbestek toch al gauw totaal elders, gegeven het feit dat de satelliet nou niet echt wat je zou zeggen een beetje lam op dezelfde plek blijft rondhangen met zijn 14000 km/u.

In zekere zin kan men dus het signaal van de satelliet vergelijken met een tennisbal die, loeiend hard geserveerd, door het GPS racket moet worden onderschept:

Sshhhhouuuwwwww..... daar komt de bal.... een miljoenste van een seconde om hem op te vangen. Vervolgens moet de bal als een walnoot gepeld want het gaat erom het briefje **NU ben ik HIER** dat erin zit te ontcijferen. Uiteindelijk moet de GPS ontvanger z'n eigen klokje vergelijken met het **NU** van de satelliet. En dat alles **én** in no-time, een paar miljoensten van een seconde verprutst en de afstandsberekening is

kilometers verkeer, **én** voor minstens vier satellieten tegelijk, want alleen dan zijn de trilateratie berekeningen in een drie dimensionele ruimte betrouwbaar. Weet ik van de Wiki.

Dat mijn telefoontje dat allemaal kan! Het is een mirakel! Mijn adem stukt. Verbijsterd staar ik naar het elektronische wonder, diep ontroerd en sprakeloos. Het apparaatje staat voor wat mij voorkomt als een herculische taak van titaneske afmetingen, zo gauw ik de GPS aan doe om erachter te komen waar ik nu weer uithang. Hoe is het mogelijk in zo weinig tijd zoveel diabolisch ingewikkelde berekeningen te maken? Toch krijgt hij het voor elkaar; in de auto, op de fiets, per boot of aan de wandel, het maakt niet uit. Behalve bijvoorbeeld in bed, dan is hij machteloos want de satellieten zijn onzichtbaar als ik binnenshuis ben met mijn telefoontje. (*Wel gek trouwens, want als ik sloom leunend buiten tegen de voordeur wat sta te nietsen, dan zijn ze wel allemaal in zicht volgens mijn Galaxy, ook die satellieten die door het huis worden afgeschermd. Gek eigenlijk.... onthouden voor een volgend stukje.....*)

Beetje bij beetje zakt mijn ontroering, men herkent het fenomeen van langzaam maar gestaag wegebbend enthousiasme wel. Men heeft toch de neiging blasé te worden in deze tijd van elke minuut een andere schreeuwlelijkheid met reclame op tv.

Maar gelukkig wordt mijn enthousiasme op de valreep voor een roemloos koppie onder behoed, want de snode gedachte komt bij me op dat ik het hierbij niet kan laten. Ik wil het GPS systeem dieper doorgronden, al was het maar om de sympatieke en o zo nieuwsgierige lezer niet in de kou te laten staan.

Mijn telefoontje kan berekeningen maken onder andere door middel van zijn zogenaamde microprocesseur. Met een gestaag ritme, als een klok, werkt hij zich door miljarden operaties heen. Eens checken wat het CPU ritme van mijn S3 is, wacht even... 1400 Mhz. Dat is dus 1,4 miljard operaties/seconde.

Nou ja, schiet ik daar veel mee op? Eén operatie, dat is het vervangen van een paar nullen door énen. Hoeveel operaties zijn er nodig om een berichtje van zo'n satelliet op te vangen? Die te ontcijferen? Te kijken hoe laat het is, op de miljoenste van een seconde precies? Ik heb werkelijk geen idee. Laten we dus maar gewoon een overzichtelijk staatje opmaken van wat er mij te doen staat. Ik schrijf "mij", want ik ben net even in de huid van mijn Samsung S3 gekropen. Daardoor zal het uitleggen communicatietaaltechnisch vanaf nu wél soepel verlopen, dat kan niet betwijfeld worden.

Om te beginnen de meest urgente taken want de tijd staat niet stil en de satellieten suizen verder. Voor je het weet is **NU ben ik HIER** alweer **STRAKS ben ik DAAR** geworden.

- Signaal van satelliet één, twee, drie en vier opvangen, ontcijferen en opslaan.
- Op mijn superhorloge kijken hoe laat het is. Let wel: superhorloge. Met minder kan ik niet volstaan om de tijd op 0,000003 seconde precies te lezen. En dan ben ik nog gul want dat is eigenlijk al de tijdspan die me een kilometer verder van de satelliet kan plaatsen dan waar ik werkelijk ben....

Naar mijn gevoel moeten die twee taken worden uitgevoerd in hooguit 0,000001 seconde, anders lijkt het me totale vaniteit te pogen met een greintje nauwkeurigheid het vaandel hoog te houden. Temeer daar mijn GPS-systeem pocht niet op 1 km precies te zijn, maar op 10 m. Maar daarover later meer, vermits de eventuele lezer van dit stukje toestaat nog langer uit zijn slaap gehouden te worden.

De volgende taken zijn minder dringend. De gegevens zijn netjes opgeslagen en mocht het zo uitkomen (je hebt er niets aan maar het kan), dan zou ik er volgende week ook nog mee uit de voeten kunnen om te berekenen waar ik nu ben. Maar daar ik als een mijzelf respecterend GPS-wonder wil weten

WAAR ik NU ben , kan ik er niet zomaar met de pet naar gaan gooien door nu te kappen. Immers, een beetje GPS-omroeper berekent pakweg één keer per seconde zijn standplaats. Dus heb ik voor het volgende rijtje operaties hooguit één seconde de tijd.

- Mijn tijd vergelijken met die welke is verpakt in elk van de vier ontvangen signalen.
- De afstand bepalen tot elke satelliet. (Gemakshalve en om punthoofden te vermijden, de locatie van elke satelliet eerst maar eens als een vanzelfsprekend gegeven aannemen.)
- Vier bollen construeren met de verkregen afstanden als straal. Elke satelliet is het middelpunt van een bol en ik vertoef me op de rand van zo'n bol.
- Het snijpunt van de vier bollen berekenen. Dat snijpunt, daar ben ik.
- De coördinaten berekenen van het snijpunt
- Op Google Maps, Waze, Sailsafe of iets dergelijks, duidelijk aangeven waar de zonder mijn hulp toch al gauw het rechte pad bijster zijnde wandelaar, kapitein, rokkenjager of bokkenschieter zich bevindt.

Mijn mobieltje klingelt: telefoon. Ik waak op uit de trans waarin ik in pure extase naar mijn Galaxy staar. En bedenk me ineens : Al dat hierboven beschreven gedoe, dat is voor dat apparaat een koud kunstje. Hij blijft gewoon de rest doodleuk doordoen. Terwijl hij signalen als supersonische tennisballen uit het firmament onderschept zodat zijn baasje niet op het verkeerde pad zal geraken, mag baasje telefoneren, een film op youtube bekijken en whatsappen. Om maar een paar mogelijkheden te noemen van de talloze die

Wacht, ik vergeet iets. Ik wilde er later nog eens soepel op terugkomen maar dat kan niet, het moet nù, want het is fundamenteel!

GPS, daarbij gaat het niet om een plaatsbepaling met een nauwkeurigheid van een kilometer, maar, zegt men, om één van 10 meter. **En**: die tien meter vertegenwoordigen niet tien meter dichterbij of verderaf van de satelliet, maar een verplaatsing van tien meter op de aardbol, dus volgens een traject in de meeste gevallen zowat loodrecht op de denkbeeldige lijn van satelliet naar ontvanger.

Alles umsonst, ik moet mijn berekeningen overdoen wil ik werkelijk mijn wakkere lezers iets sluieroplichtends te bieden hebben. Gesluierde oplichters zijn er genoeg, ik wil méér, anders!

Stel ik sta HIER en noem mijn afstand tot de satelliet **A₁**.

Stel ik neem voor **A₁** dezelfde 30000 km als hierboven

Vervolgens loop ik tien meter verder en noem DAAR mijn afstand tot de satelliet **A₂**.

Heb ik enig idee hoe groot het verschil is tussen **A₁** en **A₂** ?

Nee, geen flauw.

Even rekenen.....

Stel dat de driehoek SATELLIET – HIER – DAAR rechthoekig is

Stel dat de rechte hoek bij HIER is.

Stel dat ik de gelopen weg van HIER naar DAAR **W** noem.

W is zoals gezegd 10 meter = 0,01 km (pas op, de eenheden wel respecteren hè !)

Dan geldt volgens Pythagoras :

$$\mathbf{A_2^2 = A_1^2 + W^2}$$

$$\mathbf{A_2^2 = 30000^2 + 0,01^2}$$

$$\mathbf{A_2^2 = 900000000 + 0,0001 = 900000000,0001}$$

$$\mathbf{A_2 = 30000,0000000016666666666666662037}$$

Het verschil tussen **A₁** en **A₂** waar mijn GPS wonder in zijn trilateratie berekening gebruik van zal maken om mij weer op het rechte spoor te kunnen brengen bedraagt dus, iets afgerond :

A₂-A₁=0,000000002 km=.....

Mijn adem stukt weer. Echter deze maal niet uit mateloze bewondering maar uit opkomende verontwaardiging! Lijkt het wel.

Want 0,000000002 kilometer dat is 0,000002 meter dat is.... dat is 0,002 millimeter !!!!!

Hetgeen bijvoorbeeld inhoudt dat mijn GPS wonder te vergelijken is met een meetlint van 30000 km lang en een precisie van pakweg een duizenste millimeter! Of met een weegschaal waarmee een 30 tonner tot op een milligram nauwkeurig zou kunnen worden gewogen.

Apparatuur met, vergeleken met de totale schaal, een nauwkeurigheid van 10^{-11}

Hetgeen in een wereld van menselijk geklungel absoluut **O N M O G E L I J K** is !

En hoe weet mijn GPS ontvanger dat ik mij tien meter perfect horizontaal heb verplaatst? Er hoeft maar een lichte helling te zijn, door een verticale verplaatsing ben ik al gauw een paar centimeter dichter bij de satelliet, 10000 keer die 0,002 millimeter van zojuist! Ik ga op een paar hele kleine kiezelsteentje staan hop, twintig meter verderop.

Ik voel geen verontwaardiging! Ik voel boosheid! Hier klopt iets niet, ik word bedonderd!

Honderden opstandige gedachten tuimelen in totale wanorde door mijn hoofd. Mijn auto kan wel eens stuk gaan. Om dat te

voorkomen ga ik regelmatig naar de garage. Hoe worden die superingewikkelde dingen daarboven onderhouden? Er wordt vast geregeld eentje weggekegeld door een meteoriet ofzo, maar daarover heb ik nog nooit iets vernomen in de krant. Hoe kun je op een paar micron (!) nauwkeurig je afstand bepalen tot een object dat op 30000 km met 14000 km/u rondsuiest? Die satellieten zijn uitgerust met atoomklokken. Zegt men. Kosten 100000 dollar per stuk. Zegt men. Waar zit die atoomklok in mijn GPS apparaatje? Want mijn GPS moet toch ook kunnen rekenen in fracties van een miljardste van seconde, wil hij wat kunnen aanvogelen met die 2 micron, door het licht afgelegd in hoeveel seconden? Nou ja, dat mag elke lezer zelf uitrekenen als hij wil. En degene die er de energie niet voor kan opbrengen, die voelt aan z'n water dat het antwoord bestaat uit een 0, een komma, héél veel nullen en dan ergens, na lang zoeken, eindelijk eens een niet rond cijfertje.

Het is gek. Ik had er nog nooit bij stilgestaan, laat staan aan getwijfeld. Maar nu! Want, goed beschouwd, zo'n satelliet... Die wordt door zo'n Shuttle ding als met een katapult omhoog geschoten naar een omloopbaan waar hij vervolgens, als een nooit bevrijd projectiel van Thierry de Slingeraar, jaren en jaren in een perfecte kringloop zijn diensten zal blijven vervullen. Maar hoe kan dat? Waar haalt dat ding de energie vandaan om de zwaartekracht te overwinnen en niet binnen een week, een dag of een uur, ergens in een oceaan te verzuipen of op een gebergte te verpletteren?

“Als in het universum een willekeurig object op de juiste afstand met de juiste snelheid om een planeet draait, dan kan dat object tot op Sint Juttemis blijven doordraaien.”

Zei de natuurkunde leraar een halve eeuw geleden. Niet precies met die woorden, maar daar kwam het op neer. *“In de ruimte is niets waardoor het object kan worden afgeremd”*, zo orakelde hij, *“de toestand is in evenwicht en zal niet veranderen. Als gevolg van de zwaartekracht trekken object*

en planeet elkaar aan, door zijn snelheid wil het object wegvliegen als zijnde afgestoten door de planeet. Afstoting en aantrekking heffen elkaar op.”

Mijn opstandigheid neemt verontrustende proporties aan en ik denk in mijn niet meer te stuiten balorigheid: “Lulkoek! Als de gravitatie niet wordt tegengewerkt door een motortje, dan stort zo'n object onherroepelijk als een baksteen naar beneden!” Maar laat ik mij inhouden, schelden leidt tot niets. Dus OK, de leraar z'n zin. Dan wil ik toch wel eens weten hoe precies afstotings- en aantrekkingskracht elkaar opheffen! Als Thierry de steen niet voor z'n eigen hersens wil hebben, is meer dan hard genoeg slingeren altijd geraden, de stevigheid van zijn slinger zal er wel voor zorgen dat de steen niet vroegtijdig wegsuist. Maar zo'n satelliet zit niet echt aan een sterk koord dat niet toegeeft: De minste afwijking van de perfecte hoeksnelheid zal erin resulteren dat het object op de planeet neerstort of ervan wegsuist. Geef Thierry maar eens een slinger die knapt als hij ook maar net iets harder slingert dan nodig om zelf geen buil op te lopen. Of één van elastiek, nog beter. Moet jij eens zien of hij dan nog zo nauwkeurig kan mikken.

Global Positioning System... ik heb nog nooit zoveel nattigheid gevoeld! Waar komt het idee van GPS via satellieten eigenlijk vandaan, wie kwam er het eerst mee op de proppen? Even Googlen, wacht.....

Ik dwing mij om niet in een sardonische schaterlag uit te barsten en laat het beschaafd bij een triomfantelijk: “Ha! alles wordt duidelijk!”. De eerste die ermee kwam was Arthur C. Clarke. Wetenschapper? Nee, schrijver van science fiction verhalen. Science fiction! Ik zal misschien ooit nog wel eens van gedachten veranderen, maar zoals ik het nu kan overzien zit de vork zo in de steel:

Niet Arthur C Clarke was in een helder moment de wetenschap een slag voor met zijn visioenen van een betere toekomst, men moet het anders zien. Door Clarke's gekladder kregen een paar slimme zakenlui een heel ander soort wat meer binnen mensenbereik liggende visioenen van gretig gegraai: "Het publiek gelooft alles. Een paar als wetenschap opgesmukte fantasieverhalen



geïllustreerd met wat "artist impressions" van gelanceerde satellieten, kassa, de belastingbetaler trakteert!"

Die Space Shuttle, die dumpst natuurlijk wat hij in orbit moet plaatsen (lege blikjes!) doodleuk ergens in een oceaan, als hij al wat bij zich heeft, en die voor de trilateratie berekeningen benodigde signalen, daar zorgen wat mijn mobieltje betreft de telefoonantennes vast wel voor. Ik vond het al zo gek, een tijdje geleden op zee, een paar mijl uit de kust: Geen GPS signaal meer op mijn Galaxy. Ik heb toen wat dom staan mopperen en een gebalde vuist naar de hemel opgeheven, niet begrijpend hoe de afstand tot de kust mijn GPS verbinding met die satellieten boven mijn hoofd kon verzieken.

Professionele apparatuur waarmee wél signalen ontvangen worden midden op zee, die werkt natuurlijk met een ander systeem. E-Loran lijkt me serieuze kandidaat. Maar daar is voor de handige jongen geen droog brood mee te verdienen, veel te saaie kost, daar krijg je Jan met de Pet niet enthousiast mee, die laat z'n belastingcenten nou ook weer niet zo makkelijk glippen. Zo'n prachtige plaat (wie maakte toch die mooie foto?) van een satelliet daarintegen, die spreekt tot ieders verbeelding. Want die dingen jongen! die kosten miljarden, dat begrijpt iedereen. Enfin. Tot voor kort. Ieders min

één. Ik trap er niet meer in.

Kinderen geloven in Sinterklaas.

Volwassenen geloven in GPS satellieten

Kinderen zijn te verontschuldigen, ze zijn nog jong en krijgen cadeautjes.

Maar volwassenen moeten wijzer zijn en leren kritisch na te denken. Praatjes slikken kost je je ziel en handen vol geld.

Cornillon Confoux
31 januari 2016